R&D au service de la performance et de l'innovation

➔ **Modélisation des risques assuranciels**

Retour d’expérience

Tables mortalité vs longévité « best estimate » de place

Groupe de Travail de l’ Institut des Actuaires

Direction Technique Groupe

Service Recherche et Développement Groupe

Anani OLYMPIO, Responsable de service, actuaire qualifié IA, expert ERM CERA

Laura BRADIER, Actuaire R&D, actuaire associé IA

Présentation du 05 décembre 2014 – Cours ISFA 2014-2015

L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle ?
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Ordre du jour

1 Recherche & Développement actuarielle

- **Présentation du Groupe CNP Assurances**
- **Les objectifs et enjeux de la R&D**
- **Exemples de travaux de R&D actuarielle**

Recherche & Développement actuarielle

Présentation du Groupe CNP Assurances

CNP Assurances en France :

- ✓ Assureur depuis **160 ans**
- ✓ 1er assureur de personnes en France :
  - **Leader sur le marché d'assurance vie et assurance emprunteur**
  - Un chiffre d'affaires de 27,7 Md€ en 2013
  - L'épargne représente à elle seule près de 2/3 du chiffre d'affaires
- ✓ La **Caisse des Dépôts** et Consignations est le plus grand actionnaire de CNP Assurances

CNP Assurances dans le monde :

- ✓ Près de **1600 collaborateurs** du groupe CNP Assurances travaillent hors de France
- ✓ **27 millions** d'assurés dans le monde en **prévoyance, protection et services**
- ✓ **14 millions** d'assurés dans le monde en **épargne et retraite**
- ✓ CNP Assurances développe son **activité à l'international** :
  - Elle distribue ses produits à l'aide d'un réseau de partenaires implantés :
    - ➔ En Europe du Sud (Italie, Portugal, Espagne, Chypre)
    - ➔ En Amérique latine
  - **3ème assureur vie en Europe**
  - **5ème assureur au Brésil**

Source : site internet CNP Assurances

Ordre du jour

1 Recherche & Développement actuarielle

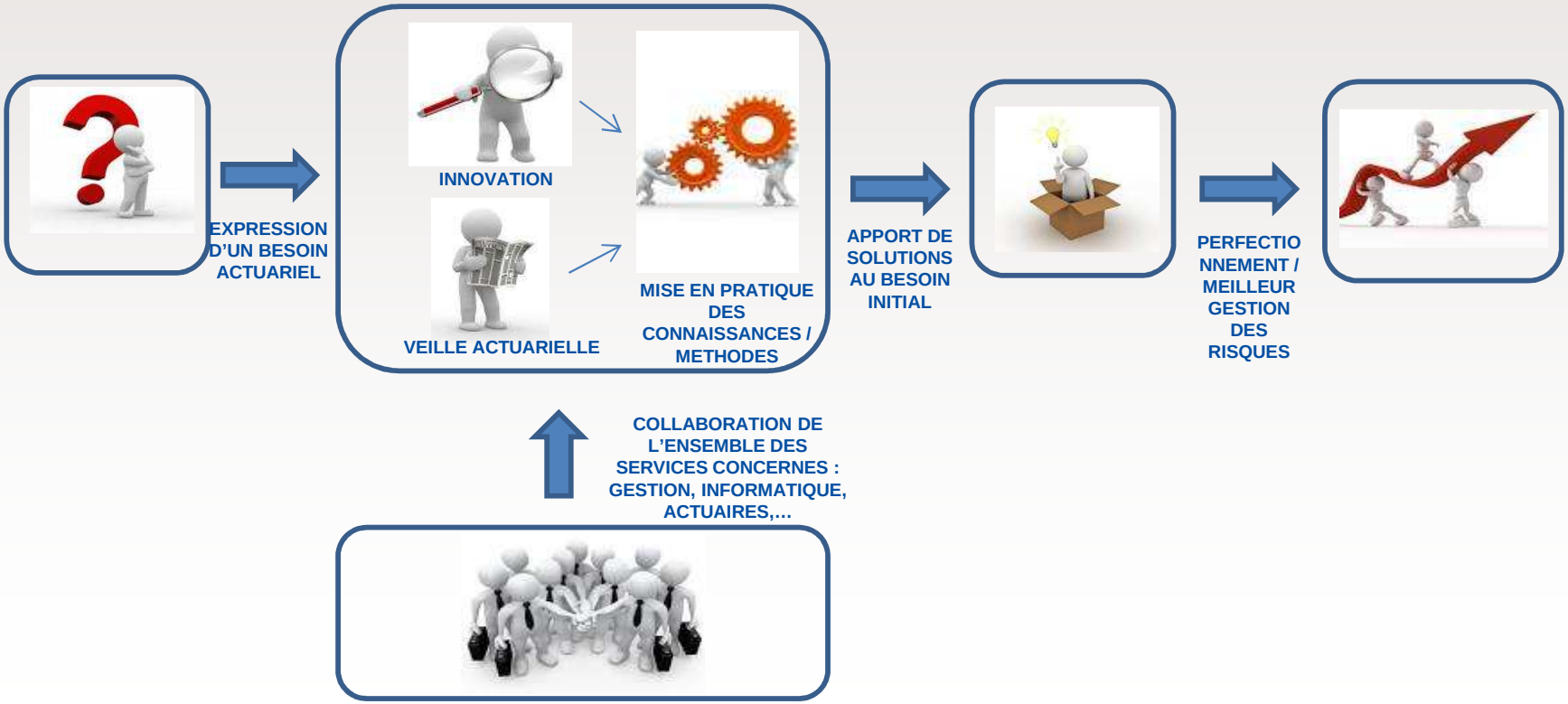
- Présentation du Groupe CNP Assurances
- **Les objectifs et enjeux de la R&D**
- **Exemples de travaux de R&D actuarielle**

Recherche & Développement actuarielle

Les objectifs et enjeux de la R&D

- **Objectif** : optimiser la maitrise et la gestion des risques de l'entreprise.

- **En pratique** :


EXPRESSION D'UN BESOIN ACTUARIEL
INNOVATION
VEILLE ACTUARIELLE
MISE EN PRATIQUE DES CONNAISSANCES / METHODES
APPORT DE SOLUTIONS AU BESOIN INITIAL
PERFECTIONNEMENT / MEILLEUR GESTION DES RISQUES
COLLABORATION DE L'ENSEMBLE DES SERVICES CONCERNES : GESTION, INFORMATIQUE, ACTUAIRES,...

L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1 Recherche & Développement actuarielle

- Présentation du Groupe CNP Assurances
- Les objectifs et enjeux de la R&D
- **Exemples de travaux de R&D actuarielle**

Recherche & Développement actuarielle

Exemples de travaux de R&D actuarielle

- Construction de lois d'expérience
  - ✓Biométriques (mortalité et morbidité)
  - ✓Comportements (rachats totaux et partiels, arbitrages, résiliation, fraude,…)
- Enrichissement et transmission des connaissances
  - ✓Aide à la réalisation de veilles méthodologiques
  - ✓Animation d'ateliers actuariels, Auditorium scientifiques…
  - ✓Suivi de stagiaires, alternants…
  - ✓Participation à des groupes de travail de l'Institut des Actuaires, participation à des congrès et conférences,
  - ✓ Publication d'articles scientifiques, encadrements de mémoires,
  - ✓ Echanges avec des laboratoires de recherche, universités…
- Modélisation des risques et de comportements (Modèles Internes Partiels emprunteur, dépendance, prévoyance, épargne…)
- Modélisation des risques catastrophes (pandémie et hors pandémie)
- Etudes statistiques, Analytics, Data (Small data, Open data, Big data…)
- Réassurance

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- **L’intérêt des données en assurance**
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

L'intérêt des données en assurance

Production et utilisation

- ✓ Production quotidienne de données en 2013 : 12x 10^8 (12 exaoctets)
- ✓ Production annuelle de données en 2013 : 4,4x 10^{21} (4,4 zettaoctets)➔ près de 2/3 distance Terre-Lune
  - Estimation pour 2020 (x10) ~ 44 zettaoctets (*source IDC, sponsored by EMC CORPORATION, 2014*)
- ✓ L'utilisation des données : **le nerf de la guerre !**
  - Enjeu majeur pour de nombreuses entreprises dans de multiples secteurs…
  - Répondre aux problématiques telles que l'évaluation du comportement d'individus à partir de variables comme l'âge, la profession ou la localisation géographique…
  - Dans différents secteurs comme : les réseaux sociaux, la publicité et le marketing, le sport, la biologie ou l'assurance…
- ✓ Et pour les assureurs :
  - Secteur propice à l'exploration de données car **détient un grand nombre de données clients**
  - La nature de l'activité, et en particulier le **cycle de production inversé**, rend essentielle la capacité à pouvoir **réaliser des prédictions**.
- ✓ Devant ce constat :
  - Intérêt croissant des assureurs à leurs données ainsi qu'aux applications qu'il était possible d'en tirer.
  - Financement de grands projets autour des concepts comme : Big Data, Open Data, Analytics, Méthodes d'apprentissage supervisé ou non…

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- L’intérêt des données en assurance
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

Données et règlementation

- ✓ L'assurance est un **secteur très réglementé**.
- ✓ Certaines données **ne sont légalement pas utilisables** par les assureurs.
- ✓ Il convient, tout d'abord de respecter :

➔ **Article 21 de la Charte des droits fondamentaux de l'Union européenne, qui stipule** :

« *Est interdite, toute discrimination fondée notamment sur le **sexe**, la **race**, la **couleur**, les **origines ethniques ou sociales**, les **caractéristiques génétiques**, la **langue**, la **religion** ou les **convictions**, les **opinions politiques ou toute autre opinion**, l'**appartenance à une minorité nationale**, la **fortune**, la **naissance**, un **handicap**, l'**âge** ou l'**orientation sexuelle**.* »

➔ **Ces variables sont en théorie inutilisables comme facteurs dans le calcul des primes et des prestations**.

- **La question de la distinction du genre** :

➔ Article 5 de la directive 2004/113 du 13 décembre 2004

- **Le statut des tests génétiques** :

➔ Article L1141-1 du Code de la santé publique, repris dans l'article L133-1 du Code des assurances

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Données, contexte et situation

Données et règlementation

Article 5 de la directive 2004/113 du 13 décembre 2004

✓ **La question du genre :**

« Les États membres veillent à ce que, dans tous les nouveaux contrats conclus après le 21 décembre 2007 au plus tard, l'utilisation du sexe comme facteur dans le calcul des primes et des prestations aux fins des services d'assurance et des services financiers connexes n'entraîne pas, pour les assurés, de différences en matière de primes et de prestations.»

- Elle apporte cependant une dérogation :

« les États membres peuvent décider avant le 21 décembre 2007 d'autoriser des différences proportionnelles en matière de primes et de prestations pour les assurés lorsque le sexe est un facteur déterminant dans l'évaluation des risques, sur la base de données actuarielles et statistiques pertinentes et précises. »

➔ Cette dérogation, que la France a choisi d'appliquer aux branches vie et automobile, a permis notamment aux assureurs d'appliquer des tarifs différenciés pour les hommes et pour les femmes.

➔ Cependant, suite à un **litige né en Belgique**, la Cour de justice de l'Union européenne a conclu, dans un arrêt du 1er mars 2010, à l'invalidité de cette dérogation, avec effet au 21 décembre 2012.

➔ **Depuis cette date, toute discrimination suivant le sexe est rigoureusement interdite en assurance**.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Données, contexte et situation

Données et règlementation

Article L114 - 1 du Code de la santé publique (L133-1 du Code des Assurances)

✓ **Le statut des tests génétiques :**

« Les entreprises et organismes qui proposent une garantie des risques d'invalidité ou de décès ne doivent pas tenir compte des résultats de l'examen des caractéristiques génétiques d'une personne demandant à bénéficier de cette garantie, même si ceux-ci leur sont transmis par la personne concernée ou avec son accord. En outre, ils ne peuvent poser aucune question relative aux tests génétiques et à leurs résultats, ni demander à une personne de se soumettre à des tests génétiques avant que ne soit conclu le contrat et pendant toute la durée de celui-ci. »

➔ Cet article apparaît particulièrement utile compte tenu du **principe de loyauté** dont les assurés doivent faire preuve.

➔ Celui-ci peut en effet sanctionner des déclarations incomplètes ou erronées de l'assuré par la nullité du contrat, comme décrit dans **l'article L113-8 du Code des assurances** :

« le contrat d'assurance est nul en cas de réticence ou de fausse déclaration intentionnelle de la part de l'assuré »

➔ Dès lors, une incompatibilité entre le principe de loyauté et le principe de non-discrimination peut être envisagée pour les individus disposant d'informations génétiques à leurs égards.

- **Le législateur a donc fait, via l'article L114-1, le choix de clarifier la situation en faisant prévaloir le principe de non-discrimination sur l'obligation de loyauté pour les données génétiques.**

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- L’intérêt des données en assurance
- Données et règlementation
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

Données et qualité

La règlementation solvabilité 2 : article 82 de la directive solvabilité 2

- ✓ Il ne s'agit pas seulement de s'assurer que les données sont utilisables légalement, **encore faut-il que les données soient d'une qualité suffisante** pour permettre leur bonne utilisation.

- ✓ En effet :

  - Quelle serait la valeur d'une étude sachant qu'une part non négligeable des données est de mauvaise qualité ?

  - Qu'en serait-il alors des décisions prises, des processus menés et plus généralement des impacts sur l'activité découlant de cette analyse ?

  ➔ *Nécessité de se poser la question de la qualité des données à disposition.*

- ✓ La **directive Solvabilité 2** formalise en effet le sujet de manière détaillée dans **l'article 82**, portant sur : la « *Qualité des données et application d'approximations, y compris par approches au cas par cas, pour les provisions techniques* »

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Données, contexte et situation

Données et qualité

Les textes de la règlementation solvabilité 2 : Article 82 et 86 paragraphe f

✓ **Article 82 de la directive** *« Qualité des données et application d'approximations, y compris par approches au cas par cas, pour les provisions techniques »* :

« Les États membres veillent à ce que les entreprises d'assurance et de réassurance ***mettent en place des processus et procédures internes de nature à garantir le caractère approprié, l'exhaustivité et l'exactitude des données*** *utilisées dans le calcul de leurs provisions techniques. »*

✓ **Article 86, paragraphe f)** : « Mesures d'exécution »

« La Commission arrête des mesures d'exécution prévoyant ce qui suit :
[…]
f) les normes à respecter en vue de garantir ***le caractère approprié, l'exhaustivité et l'exactitude des données utilisées*** *dans le calcul des provisions techniques, et les circonstances particulières dans lesquelles il conviendrait d'user d'approximations, y compris par approches au cas par cas, pour le calcul de la meilleure estimation. »*

✓ Définition des **critères d'appréciation** de la qualité des données et des **moyens** pour y parvenir :

- CEIOPS Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Technical Provisions – Article 86 f, Standards for Data Quality ➔ *Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles (EIOPA)*
- Draft des mesures d'implémentation de niveau 2

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- L’intérêt des données en assurance
- Données et règlementation
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

Données et qualité

Critères d'évaluation de la qualité des données

✓ **Axes de contrôles fondés sur les 3 critères suivants : pertinence, exhaustivité et exactitude**

- **Critères de pertinence** :

➔ Elles sont adaptées à l'usage qui en est fait.
➔ Elles sont de nature et quantité suffisantes à garantir que les calculs de provisions ne sont pas entachés d'erreur d'estimation.
➔ Elles sont cohérentes avec les hypothèses sous-jacentes des techniques du calcul des provisions.
➔ Elles reflètent les différents facteurs de risques auxquels l'entité est exposée.

- **Critères d'exhaustivité** :

➔ Elles disposent d'une granularité et profondeur d'historique suffisantes pour identifier les tendances et évaluer les caractéristiques du risque sous-jacent.
➔ Elles couvrent l'ensemble des groupes de risques homogènes.

- **Critères d'exactitude** :

➔ Elles ne comportent pas d'erreurs matérielles.
➔ Elles sont cohérentes dans la durée.
➔ Elles sont enregistrées de manière adéquate, cohérente et régulière.

✓ **Principe de proportionnalité** : Les niveaux d'exigences vis-à-vis de ces trois critères dépendent de l'objectif visé et de la complexité des risques (en termes, par exemple, de nature ou d'échelle).

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- **L’intérêt des données en assurance**
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

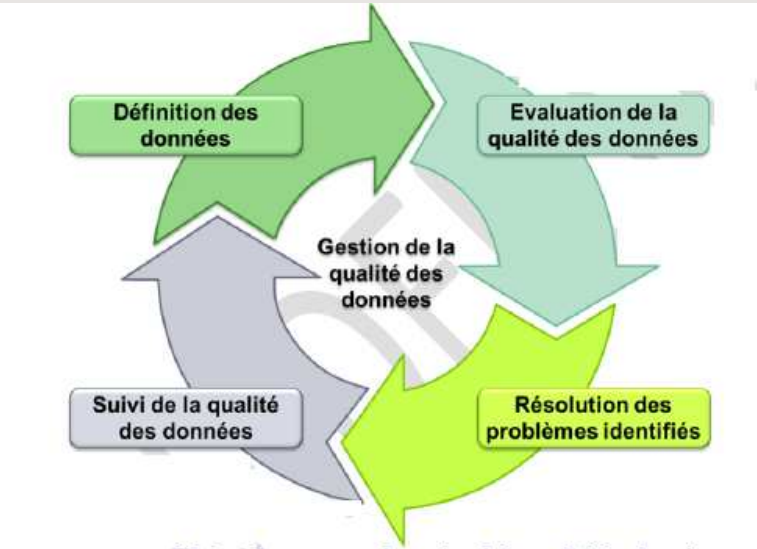
Données et qualité

Processus de gestion de la qualité des données

✓Le processus de gestion de la qualité des données comprend quatre étapes majeures

- **L'étape de définition des données :**
➔ Correspond à **l'identification** des besoins en termes de données ainsi qu'à la **description** des différentes données à collecter et des **liens** entre celles-ci.

- **L'étape de suivi de la qualité des données** :
➔ Comporte deux dimensions :
1) une **dimension quantitative**, avec mesures et indicateurs,
2) et **une dimension qualitative**, se basant sur des jugements d'experts.
➔ Ce **suivi** doit se faire de façon **périodique** et prendre en compte les systèmes d'informations associés.


Définition des données
Evaluation de la qualité des données
Gestion de la qualité des données
Suivi de la qualité des données
Résolution des problèmes identifiés
Schéma du processus de gestion de la qualité des données

- **L'étape d'évaluation de la qualité des données** :
➔ Consiste à vérifier que les données satisfont les critères imposés, à savoir la pertinence, l'exhaustivité et l'exactitude.
➔ Cette évaluation doit se baser sur des **critères et mesures objectives,** mais aussi être complétée par un **jugement subjectif**.
➔ Enfin, il convient de s'intéresser également à la **façon dont les données ont été collectées**, particulièrement dans le cas de données fournies par des tiers ou disponibles publiquement.

- **L'étape de résolution des problèmes** :
➔ Adresse les **différents dysfonctionnements rencontrés** dans l'évaluation de la qualité des données.
➔ Il est en outre essentiel de **documenter** les **problèmes** survenus et les **solutions mises en place** pour une meilleure gestion future du processus.

CNP
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- **L’intérêt des données en assurance**
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

L'exploration des données : besoins et principe

Besoins calculs actuariels

✓ **Multiples besoins de calculs actuariels :** Modélisations, paramétrages, hypothèses, lois, calculs de provisions et de fonds propres (dans différentes normes, prudentiels et économiques), tarification et autres contrôles rendent essentielle l'utilisation des données dans le secteur de l'assurance.

Principe de l'exploration de données

✓ **Le principe de l'exploration de données** consiste à s'interroger sur **les données en elles-mêmes**, en **tant qu'objet d'étude**.

✓ **L'exploration de données (ou data mining) est un domaine interdisciplinaire** :

➔ Elle consiste à **mêler plusieurs techniques** dans le but de découvrir des informations à partir de grandes quantités de données, à savoir :

- Des techniques statistiques,
- Des techniques d'apprentissage automatique,
- Et des techniques de visualisation.

➔ Lorsqu'elle est alliée à une expertise métier, on utilise souvent le terme d'***Analytics***.

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- **L’intérêt des données en assurance**
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

L'exploration des données : les fonctions majeures de l'Analytics

A moins deux fonctions majeures

✓ Les techniques d'exploration de données ont en effet différentes vocations :

- La première fonction majeure de l'Analytics est **descriptive** :

  ➔ **Représentation** du portefeuille claire, complète et facilement interprétable

  ➔ Mise en évidence des **tendances**, relations et **corrélations**

  ➔ Etablissement d'une **segmentation du portefeuille**, afin d'obtenir différents groupes homogènes sur lesquels agir distinctement (par exemple, examiner les facteurs de rachats de contrats, découper leur portefeuille d'assurés selon ce risque et engager des actions commerciales différentes)

- La deuxième fonction majeure de l'Analytics est **prédictive** :

  ➔ Analyser les données relatives à une situation, pour **déterminer les résultats les plus probables**.

  ➔ **Rendre possible la prévision de ses actions futures**. Selon les cas, cela peut être aussi bien qualitatif (survenance ou non d'un phénomène, catégorisation) que quantitatif (valeur d'une variable). On peut ainsi penser à l'évaluation de la sinistralité future d'un assuré, en termes de nombre de sinistres ou de montants sinistrés.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

2 Données, contexte et situation

- **L’intérêt des données en assurance**
- **Données et règlementation**
- **Données et qualité :**
  - La règlementation solvabilité 2
  - Critères d’évaluation de la qualité des données
  - Processus de gestion de la qualité des données
- **L’exploration des données :**
  - Besoins et principe
  - Fonctions majeures de l’Analytics
  - Applications à l’assurance

Données, contexte et situation

Applications à l'assurance

Connaissance du client, marketing, rentabilité, gestion des risques…

- ✓ L'exploration de données offre de multiples applications pour les assureurs.

- ✓ **Amélioration de la connaissance des assurés et de leurs risques** :

  - Impact sur la tarification des primes
  - Un meilleur pilotage des activités
  - Utilisation à des fins de détection des fraudes, facilitant alors la gestion des sinistres

- ✓ **Intérêt commercial** :

  - Amélioration des relations clients individualisées et un ciblage marketing perfectionné
  - Permet de répondre à des questions de stratégie commerciales comme :
    - ➔ A quels canaux de publicité et de communication le client est-il réceptif ?
    - ➔ A-t-il la volonté de monter en gamme ?
    - ➔ Existe-t-il d'autres produits susceptibles de l'intéresser ?
  - Offre une vision détaillée des besoins et attentes des clients,
  - Peut conduire l'assureur à se positionner sur de nouveaux segments clients ou à lancer de nouveaux produits, identifiés comme stratégiques après analyse des données.

- ✓ **Amélioration de la rentabilité et simplification des processus opérationnels**.

- ✓ **Enfin, la meilleure compréhension des assurés et communication auprès d'eux permet également l'amélioration de l'image de l'assureur**.

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	**Comment construire une table générationnelle ?**
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- **Focus sur les tables de mortalité**
- **Enjeux de la dérive de la longévité**
- **Présentation du périmètre**
- **Synthèse de la démarche proposée**
- **Travaux préparatoires**
- **Présentation des choix méthodologiques**

Focus sur les tables de mortalité

Deux formes de tables de mortalité

Les tables de mortalité du moment

- ✓ Tables à une entrée : l'âge
- ➔ Elles donnent pour chaque âge la probabilité de décéder (quelle que soit l'année ou la génération)
- ✓ Elles peuvent être identiques pour toute la population ou segmentées (ex : genre, CSP, …)
- ✓ Pas d'anticipation de l'allongement probable de la durée de vie humaine
- ✓ Cas d'utilisation :
  - Risque viager sur une période relativement courte
  - Risques décès (Temporaire Décès, Vie Entière) pour lesquels l'allongement de la durée de vie est favorable à l'assureur
- ✓ Exemples : TH0002 – TF0002 (tables nationales françaises), CSO 080 (tables nationales brésiliennes)

Les tables de mortalité prospectives

- ✓ Tables à deux entrées : l'âge et le temps (l'année calendaire ou la génération)
- ➔ Elles donnent pour chaque âge la probabilité de décéder au cours d'une certaine année
- ✓ Elles peuvent être identiques pour toute la population ou segmentées (ex : genre, CSP, …)
- ✓ Anticipation de l'allongement probable de la durée de vie humaine

Cas d'utilisation :

- Risque viager sur une période longue
- Risques pour lesquels l'allongement de la durée de vie représente un danger (ex : contrats de rentiers)

- ✓ Exemples : TGH05 – TGF05 (tables nationales françaises)

A noter, la table TPRV93 peut être rapprochée d'une table de mortalité prospective du fait de son principe d'application du décalage d'âge permettant de capter le phénomène temporel.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Focus sur les tables de mortalité

Règlementation

Les tables de mortalité règlementaires

- ✓ Tables dont l'utilisation est imposée par la règlementation (à travers le Code des Assurances [article A.335-1] , le Code de la Sécurité Sociale [article A.931-10-10] et le Code de la Mutualité [article A.212-10])
- ✓ Il peut s'agir de tables du moment ou de tables prospectives

Les tables de mortalité d'expérience

- ✓ Utilisation possible depuis 1993
- ✓ Elles permettent d'appréhender un comportement de la population assurée qui serait significativement différent de celui des tables règlementaires (anti sélection) et donc de refléter le risque réel du portefeuille
- ✓ Il peut s'agir de tables du moment ou de tables prospectives
- ✓ 3 étapes pour pouvoir utiliser une table de mortalité d'expérience :
  - Construction de la table de mortalité d'expérience
  - Certification par un actuaire indépendant agréé par l'IA : la table doit permettre la constitution de provisions suffisantes et prudentes
  - Suivi annuel pour s'assurer que la table peut toujours être utilisée

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- Focus sur les tables de mortalité
- **Enjeux de la dérive de la longévité**
- **Présentation du périmètre**
- **Synthèse de la démarche proposée**
- **Travaux préparatoires**
- **Présentation des choix méthodologiques**

Enjeux de la longévité

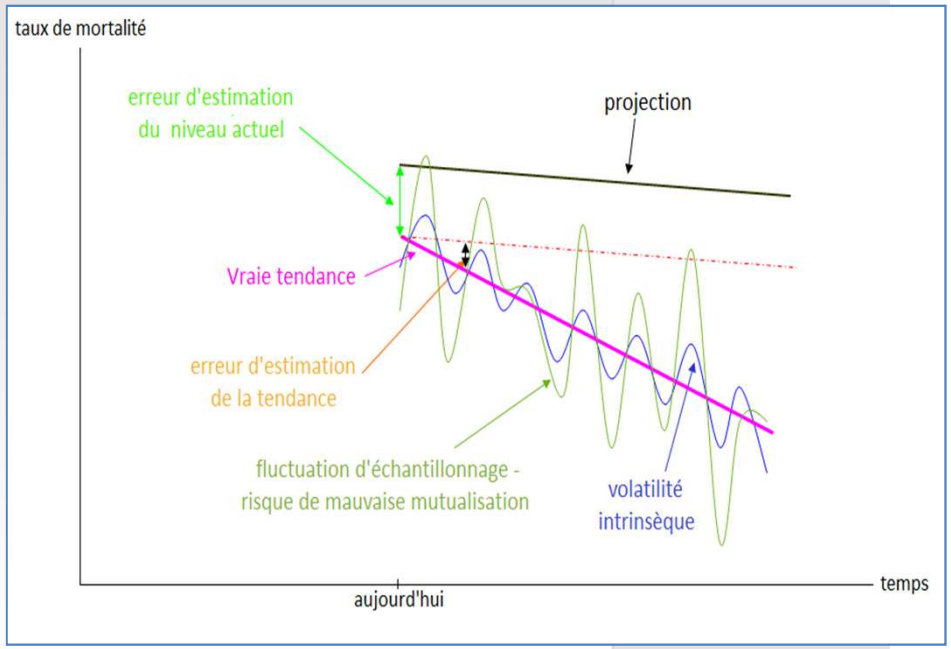
- **Le contexte**
  - **Longévité** = durée de vie humaine.
  - Une amélioration constatée de la longévité ainsi qu'un vieillissement de la population.
  - … qui devraient se poursuivre d'après les experts.
- **Une vision technique du risque longévité**
  - Les deux composantes du risque longévité :
    - ✓ Les **risques financiers** : rencontrés lorsque les hypothèses de tarification diffèrent des conditions de marché effectives (exemple : risque de placement accru par le caractère à long terme de l'assurance de rentes)
    - ✓ Le **risque biométrique** : correspond à l'incertitude qui existe quant à l'évolution future de la longévité. L'assureur y est confronté lorsque les tables de mortalités prospectives utilisées ne correspondent pas à l'évolution réelle de la mortalité.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Enjeux de la longévité

Les quatre composantes du risque longévité biométrique

- ✓ **Le niveau de mortalité à l'origine** :
  - taux de mortalité actuel du portefeuille, déterminé au vu de l'expérience
  - Répercussion constante dans le temps d'une erreur d'estimation du niveau de mortalité
  - Risque diversifiable
- ✓ **Le risque de tendance** :
  - Tendance = évolution prévue de la mortalité dans le temps, depuis le niveau à l'origine
  - Répercussion croissante dans le temps d'une erreur d'estimation de la tendance
  - Risque non diversifiable
- ✓ **La volatilité intrinsèque** :
  - Oscillations « naturelles » de la mortalité autour de la tendance
  - Peut être occasionnée par des phénomènes d'épidémies ou de canicules par exemple
  - Risque non diversifiable
- ✓ **Le risque d'échantillonnage ou de mauvaise mutualisation** :
  - Rend compte de la volatilité de la mortalité liée à la taille et l'hétérogénéité du portefeuille
  - Risque diversifiable



Remarque :
Selon la durée de projection, le poids de chacune de ces composantes diffère.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Enjeux de la longévité

Les enjeux

- Les retraites et aides publiques devraient être de moins en moins pérennes
- Les particuliers devront trouver des revenus supplémentaires durant leur période de retraite :
  - ✓ les rentes viagères par exemple leur permettant de percevoir des versements périodiques jusqu'à leur décès.
- Transfert du risque global de longévité (ie reflétant l'incertitude sur la durée de vie de l'ensemble de la population) vers les prestataires de rentes viagères :
  - ✓ La durée de vie des assurés dépasse les prévisions des assureurs.
  - ✓ Ces derniers se voient contraints à verser des rentes sur une période plus longue que prévu.
  - ✓ Ils s'exposent à un sous provisionnement et à des pertes systémiques.

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

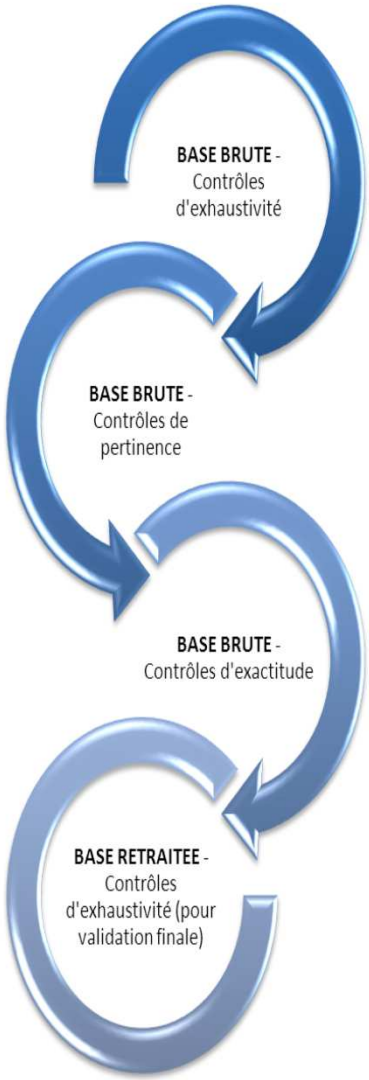
Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- Focus sur les tables de mortalité
- Enjeux de la dérive de la longévité
- **Présentation du périmètre**
- **Synthèse de la démarche proposée**
- **Travaux préparatoires**
- **Présentation des choix méthodologiques**

Présentation du périmètre

- **Données disponibles et retraitements mis en œuvre**
  - **Source principale et portefeuilles** :
    - ✓ **A titre illustratif, nous avons sélectionné deux sous périmètres des portefeuilles de rentiers notés : portefeuille A et B**
    - ✓ Les **données brutes tête par tête** ainsi que les **tables de référence** sont celles disponibles dans les systèmes de gestion
  - **Contrôles sur la base brute / base retraitée**:
    - ✓ **Critères de qualification des données :**
      ➔ exhaustivité, pertinence, exactitude
    - ✓ **Suffisance de la volumétrie disponible après retraitements** :
      ➔ Appréciation du poids des données retraitées / supprimées


BASE BRUTE - Contrôles d'exhaustivité
BASE BRUTE - Contrôles de pertinence
BASE BRUTE - Contrôles d'exactitude
BASE RETRAITEE - Contrôles d'exhaustivité (pour validation finale)

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Présentation du périmètre

- **Focus sur les portefeuilles « d'essai » étudiés : A et B**
  - **Risque étudié**
    ➔ risque de longévité (car portefeuille de rentiers)
  - **Points communs retenus**
    ➔ contrats collectifs d'assurance
  - **Spécificités**
    - ✓ **Type d'adhésion** ➔ Facultative ou Obligatoire
    - ✓ **Type de rente** ➔ Rente Viagère Différée et Rente de réversion.
- **Critères de calibrage des lois**
  - **Historique disponible** : **2002-2011**
    - ✓ **Respect des contraintes d'historique et de volumétrie**
      ➔ En fonction de la qualité des données, la période de calibrage retenue peut différer de l'historique disponible.
      ➔ Nécessité de disposer d'un historique assez long, avec suffisamment d'exposition et de décès.
  - **Mailles de segmentation** retenues :
    - ✓ **Maille de segmentation de base (ou principale)** :
      ➔ Âge atteint au décès
      ➔ Sexe (Homme, Femme)
      ➔ Portefeuille (A ou B)

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- Focus sur les tables de mortalité
- Enjeux de la dérive de la longévité
- Présentation du périmètre
- **Synthèse de la démarche proposée**
- **Travaux préparatoires**
- **Présentation des choix méthodologiques**

Synthèse de la démarche proposée

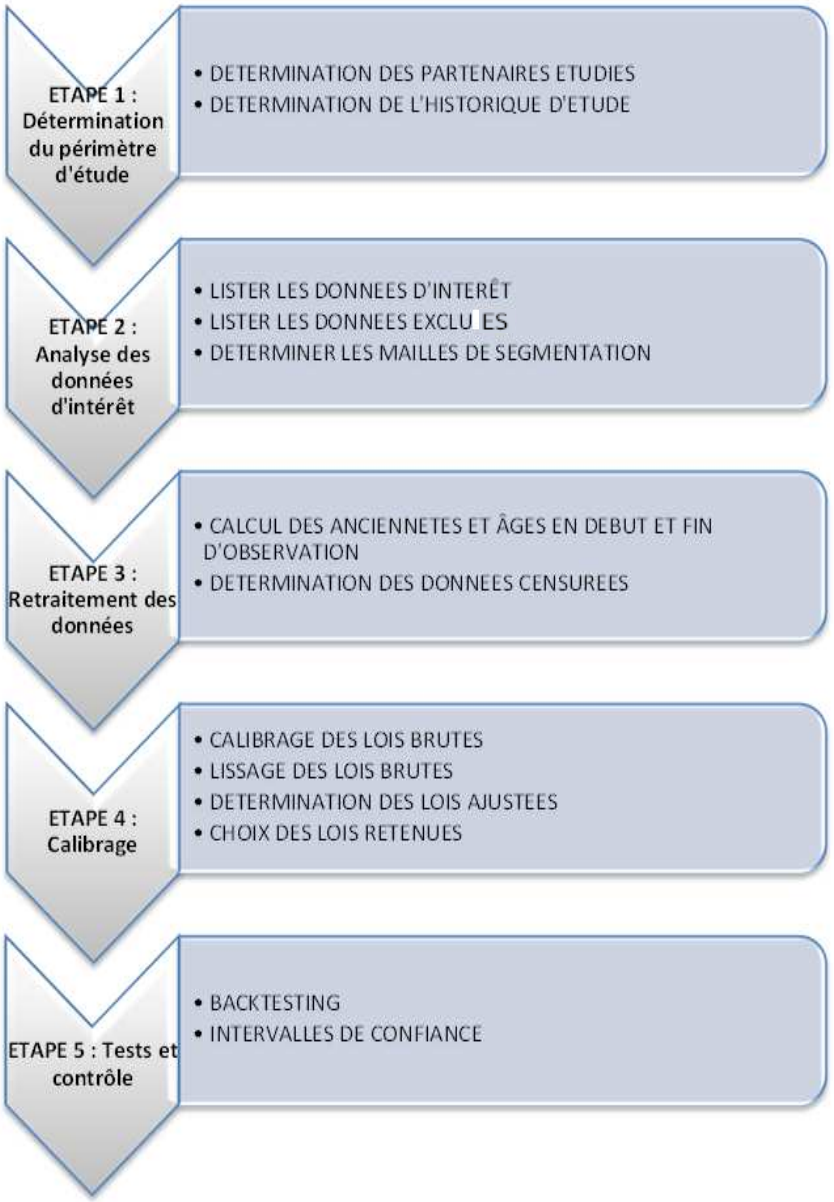
Analyses des différentes étapes de calibrage des lois

- **Etape 1 et 2** : travaux de préparation
  - ✓ Circonscrire le périmètre de l'étude
  - ✓ Etudes statistiques descriptives du portefeuille.

- **Etape 3 et 5** : estimation et calibrage des lois d'expérience
  - ✓ **Définitions des segmentations** suivant des profils de risques homogènes
  - ✓ **Tests de robustesse et de la capacité prédictive des lois** : validations locales (analyses des résidus, intervalles de confiance…) et globales (*backtesting*, études d'impacts valeurs…).

Phase de déploiement des livrables

- Suivi et pilotage des engagements
- Tarification et Provisionnement (tables certifiées)
- Production des valeurs (Inventaires, MCEV©, SCR, ORSA).


ETAPE 1 : Détermination du périmètre d'étude
• DETERMINATION DES PARTENAIRES ETUDIES
• DETERMINATION DE L'HISTORIQUE D'ETUDE
ETAPE 2 : Analyse des données d'intérêt
• LISTER LES DONNEES D'INTERÊT
• LISTER LES DONNEES EXCLUES
• DETERMINER LES MAILLES DE SEGMENTATION
ETAPE 3 : Retraitement des données
• CALCUL DES ANCIENNETES ET ÂGES EN DEBUT ET FIN D'OBSERVATION
• DETERMINATION DES DONNEES CENSUREES
ETAPE 4 : Calibrage
• CALIBRAGE DES LOIS BRUTES
• LISSAGE DES LOIS BRUTES
• DETERMINATION DES LOIS AJUSTEES
• CHOIX DES LOIS RETENUES
ETAPE 5 : Tests et contrôle
• BACKTESTING
• INTERVALLES DE CONFIANCE

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- Focus sur les tables de mortalité
- Enjeux de la dérive de la longévité
- Présentation du périmètre
- Synthèse de la démarche proposée
- **Travaux préparatoires**
- **Présentation des choix méthodologiques**

Travaux préparatoires

Les données requises

- Les données sont généralement issues des systèmes de gestion
- Les données requises pour construire une table de mortalité d'expérience :
  - ✓ Identifiant
  - ✓ Date de naissance
  - ✓ Statut
  - ✓ Date d'entrée dans le portefeuille
  - ✓ Date de sortie du portefeuille
  - ✓ Code de sortie
- Les informations complémentaires intéressantes pour réaliser une segmentation plus fine :
  - ✓ Sexe, Situation familiale, CSP
  - ✓ Montant de la garantie…

Traitement des données

- Le retraitement des données est voué à s'assurer de :
  - ✓L'exactitude des données (pas d'erreurs significatives ou d'omissions)
  - ✓La cohérence des données (en termes de variation et d'évolution par rapport aux années passées)
  - ✓L'exhaustivité des données (réconciliation avec les sources comptables)
- Les retraitements peuvent être :
  - ✓Traitement des doublons
  - ✓Suppression des lignes à données manquantes
  - ✓Retraitement des données incohérentes
  - ✓Réconciliation de données issues de sources différentes…

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Travaux préparatoires

Statistiques descriptives

- Elles sont menées au préalable afin de disposer d'une première vision globale de la mortalité de notre portefeuille

- Introduction de deux indicateurs fondamentaux
  - ✓ Le nombre de décès
  - ✓ L'exposition

- Synthèse des statistiques à réaliser
  - ✓ Analyse globale
    - Volumétrie de la base (avant et après retraitements)
    - Volume des expositions
    - Volume des décès
  - ✓ Analyse des expositions
    - Par âge
    - Par année (période d'observation)
  - ✓ Analyse des décès
    - Par âge
    - Par année (période d'observation)
  - ✓ Indicateurs complémentaires
    - Sex ratio (exposition Femme/exposition totale)
    - Age moyen au décès
    - Age moyen des exposés

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

3 Comment construire une table générationnelle ?

- Focus sur les tables de mortalité
- Enjeux de la dérive de la longévité
- Présentation du périmètre
- Synthèse de la démarche proposée
- Travaux préparatoires
- **Présentation des choix méthodologiques**

Les ressources actuarielles et bibliographie…

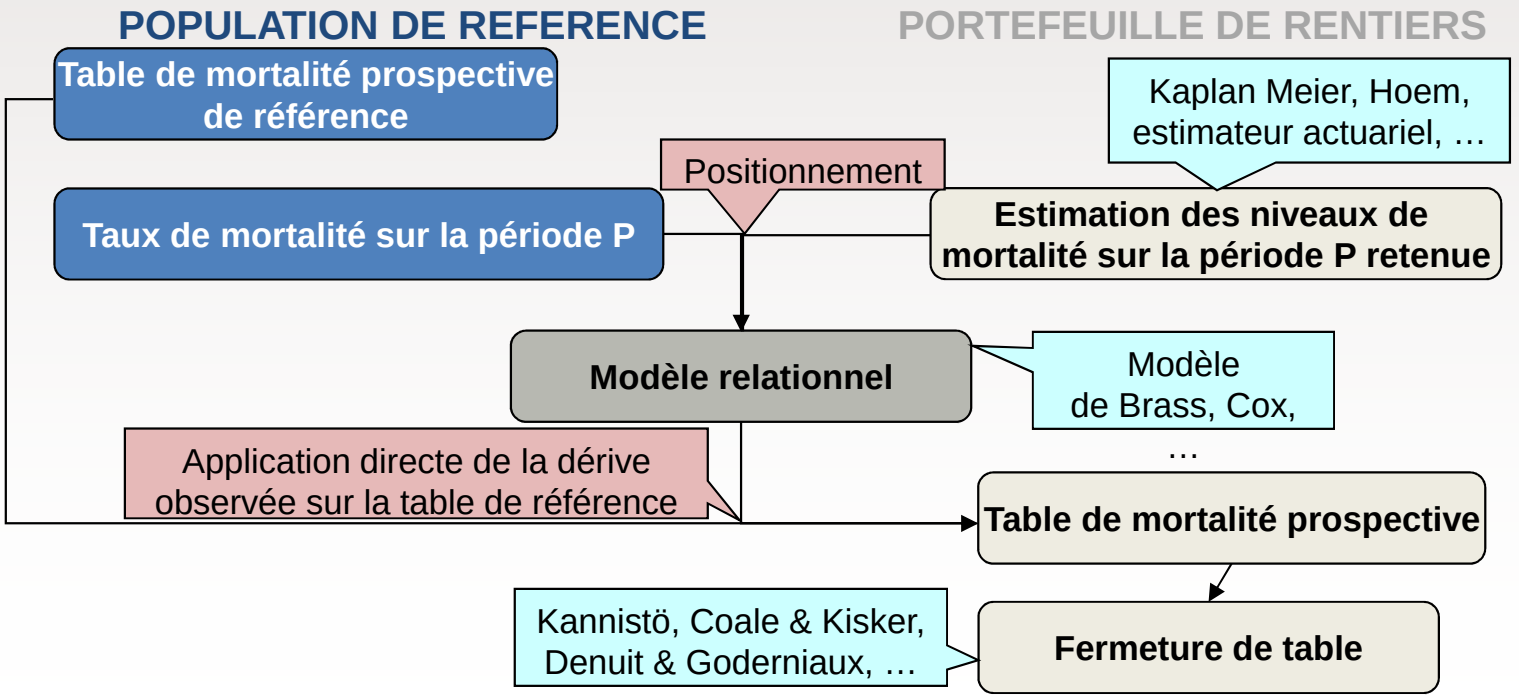
- Construction d'une table de mortalité par positionnement : mode d'emploi, Institut des actuaires,
  - ➔ Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF
- Critères de validation : aspects méthodologiques, Institut des actuaires,
  - ➔ Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF
- Construction des tables d'expérience : aspects méthodologiques, Institut des actuaires
- Construction et validation des références de mortalité de place, Institut des actuaires,
  - ➔ Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Présentation des choix méthodologiques

- **Etapes d'estimation et de modélisation :**
  - De nombreux modèles de construction de tables de mortalité prospectives ont fait leur preuve parmi lesquels Lee Carter, Lee Carter contraint, …
  - Les historiques d'observation et volumes de données de nos portefeuilles ne permettent pas une application directe de ces modèles.

  ➔ Recours à des méthodes de positionnement


POPULATION DE REFERENCE
PORTEFEUILLE DE RENTIERS
Table de mortalité prospective de référence
Kaplan Meier, Hoem, estimateur actuariel, …
Positionnement
Taux de mortalité sur la période P
Estimation des niveaux de mortalité sur la période P retenue
Modèle relationnel
Modèle de Brass, Cox, …
Application directe de la dérive observée sur la table de référence
Table de mortalité prospective
Kannistö, Coale & Kisker, Denuit & Goderniaux, …
Fermeture de table

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Présentation des choix méthodologiques

- **Etapes d'estimation et de modélisation** :
  - **Etape 1 :** Estimation des taux bruts de décès d'expérience (vision année par année sur l'historique disponible)
    - ✓ **Motivation et principe** :
      - A partir des données d'expérience disponibles sur la fenêtre d'observation retenue, estimation des taux bruts de décès année par année
        ➔ Rapprocher ces taux de décès annuels d'expérience d'une référence externe comparable (tables nationales)
    - ✓ **Choix de la période de calibrage :**
      - La construction d'une table de longévité nécessite la prise en compte de l'évolution dans le temps de l'augmentation de la durée de vie humaine par génération
        ➔ 5 années minimum (de préférence des années récentes)
    - ✓ **Choix d'une approche d'estimation non paramétrique :**
      - Pas de contrainte de paramètres de lois à estimer et donnant une meilleure estimation des taux bruts
        ➔ Kaplan Meier, Hoem ou actuariel
    - ✓ **Maille de segmentation de base :**
      - âge x sexe x portefeuille

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Présentation des choix méthodologiques

- **Etapes d'estimation et de modélisation** :
  - **Etape 2 :** Positionnement des taux bruts de décès d'expérience (étape 1) par rapport à une table de référence (tables nationales de l'INSEE, Table générationnelle TGH/TGF)
    - ✓ **Motivation et principe** :
      - Faible exposition ou nombre de décès insuffisant sur certaine tranche d'âge (Critères de Cochran et d'exposition minimale non vérifiés)
        ➔ Approche par positionnement
    - ✓ **Application d'un modèle relationnel** : phase d'ajustement des tables
      - Estimation des paramètres de la fonction de lien (modèle relationnel) entre les taux d'expérience disponibles et les taux de référence.
      - 2 approches possibles :
        ➔ **ajustements paramétriques** :
        * Modèle SMR (1 paramètre)
        * Modèle Logit (2 paramètres)
        * Modèle Linéaire Généralisé de Poisson (5 paramètres, avec interactions entre les âges et années calendaires)

        ➔ **ajustement non paramétrique :** la force de mortalité est modélisée par une fonction lisse de régression (estimée par maximum de vraisemblance locale)
    - ✓ **Construction d'une série de tables du moment d'expérience de même format que les tables de référence**
      - Application des règles de fermeture des tables ou d'extrapolation aux grands âges :
        ➔ approche Coale & Kisker, Denuit & Goderniaux

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Présentation des choix méthodologiques

- **Etapes d'estimation et de modélisation** :
  - **Etape 3 :** Construction des tables générationnelles d'expérience
    - ✓ Modèle de projection appliqué aux tables du moment d'expérience **:**
      - Lee Carter, Lee Carter Contraint, **Application de la dérive de mortalité (méthode retenue)**
  - **Etape 4 :** Validation des tables générationnelles d'expérience
    - ✓ Tests au niveau local : juger de la qualité des modèles d'ajustement proposés
      - Résidus de réponse, Résidus de Pearson et Déviance
    - ✓ Tests au niveau global :
      - **Tests statistiques** pour contrôler et mesurer la qualité du lissage
        ➔ *Tests : des signes, des runs, de Wilcoxon, SMR, du rapport de vraisemblance…*
      - **Tests des quantités** pour comparer les différents ajustements retenus
        ➔ *MAPE, R^2, SMR, Déviance…*
    - ✓ Tests de cohérence sur les tables finales :
      - Vérifier que **l'espérance de vie** de la population féminine est supérieure à celle des hommes

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Présentation des choix méthodologiques

- **Etapes d'estimation et de modélisation :**
  - **Etape 5 :** Etudes d'impacts – Indicateurs de risque
    - ✓ **Indicateurs de survie** :
      - ➔ Nombre de décès (théorique vs réel), Espérance de vie résiduelle
    - ✓ **Indicateurs de provisionnement** :
      - ➔ Coefficient de provisionnement
      - ➔ Provisions Mathématiques (S1)
      - ➔ Provisions « Best Estimate »
    - ✓ **Indicateurs économiques** :
      - ➔ Montant de prestations prédites (vs prestations réelles au titre du dernier exercice comptable)
      - ➔ Montant du Chiffre d'affaires (CA) prédit (vs CA réel au titre du dernier exercice comptable)
      - ➔ Analyse des Bonis / Malis
      - ➔ Produit Net d'Assurance
      - ➔ Valeur In Force
      - ➔ Valeur New Business
      - ➔ MCEV
      - ➔ SCR…

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle ?
4	**De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers**
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Ordre du jour

3 De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers

- **Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles**
- **Résultats des études d’impacts**

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Quelques statistiques descriptives :

Exposition totale sur la période d'observation dans le temps :

✓ **Portefeuille A :**

➔ Population féminine plus importante
➔ Effectifs suffisants pour réaliser des lois d'expérience robustes

✓ **Portefeuille B:**

➔ Population masculine plus importante
➔ Pas de nombre de décès suffisant pour réaliser des lois d'expérience robustes

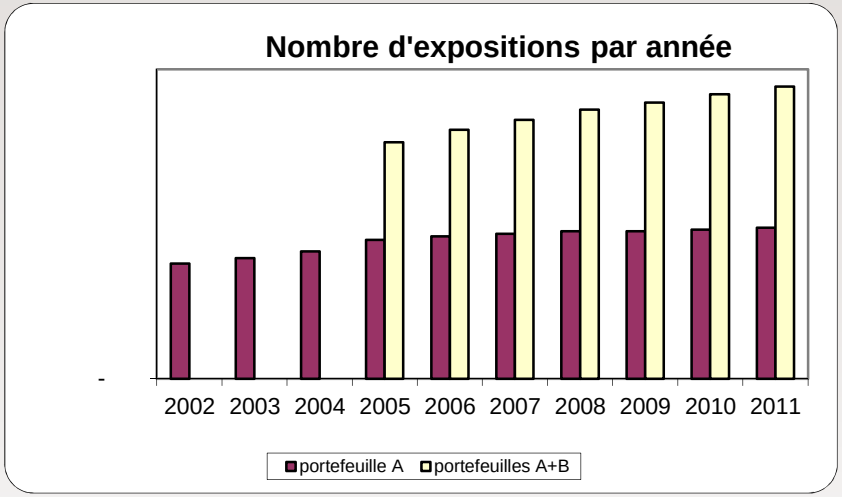
	Nombre d'expositions cumulées par genre		Nombre de décès cumulés par genre	
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes
portefeuille A	1 000 000	1 500 000	10 000	10 000
portefeuille B	1 500 000	300 000	100	100
portefeuiles A+B	2 500 000	1 800 000	10 100	10 100

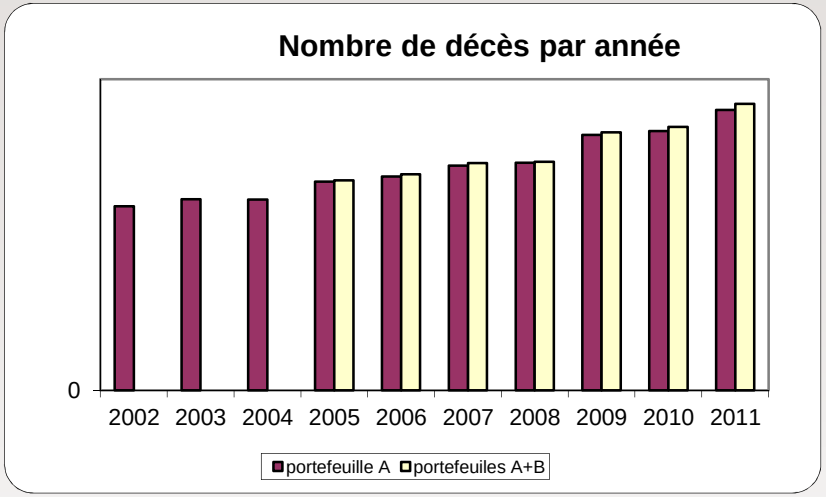
CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Quelques statistiques descriptives :

Evolution temporelle des indicateurs d'effectifs :





✓ **Faible progression des expositions et accroissement des décès :**

➔ Depuis 2005, quasi stabilité des expositions et augmentation du nombre de décès **du portefeuille A** dans le temps. Effets probablement expliqués par le vieillissement de la population assurée.

➔ Depuis 2005, augmentation conjointe des expositions et du nombre de décès du **portefeuille A+B** dans le temps. Effets expliqués d'une part par la tendance haussière des expositions du **portefeuille B** et d'autre part par la hausse du nombre de décès du **portefeuille A** dans le temps.

✓ **Effet de vieillissement de la population A et B :**

➔ Le vieillissement de la population assurée du **portefeuille A** se traduit par :

a) une augmentation de l'âge moyen d'exposition : + 2 ans entre 2002 et 2011

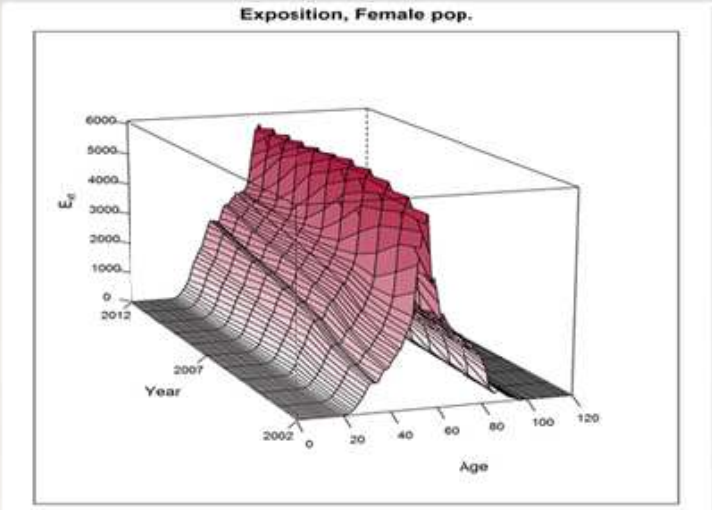
b) une augmentation de l'âge moyen de décès : + 3 ans entre 2002 et 2011

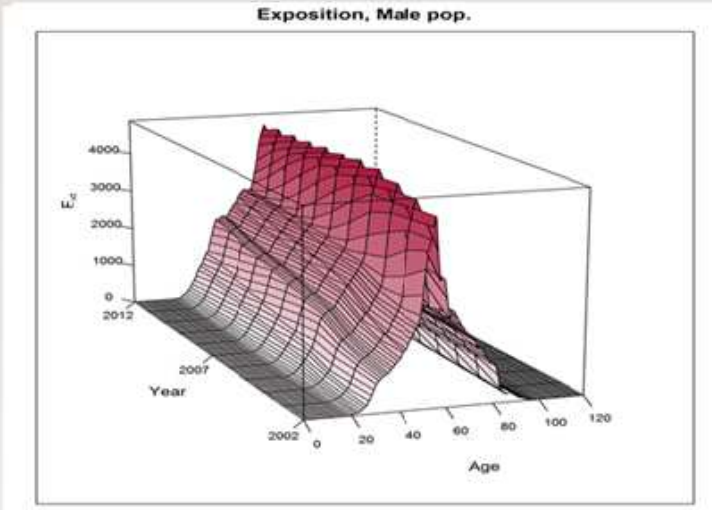
➔ Le vieillissement de la population assurée du **portefeuille A+B** est moins marqué car assurés du **portefeuille B sont plus jeunes** (car l'augmentation de l'âge moyen d'exposition et de l'âge moyen de décès entre 2005 et 2011 sont inférieures à 1 an)

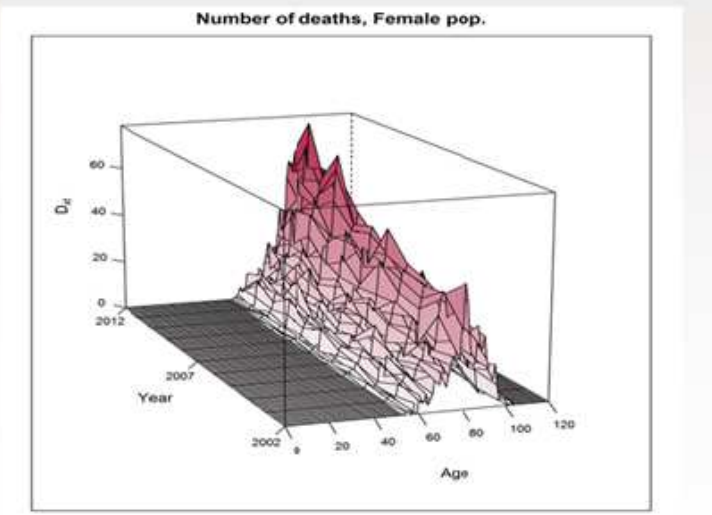
CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

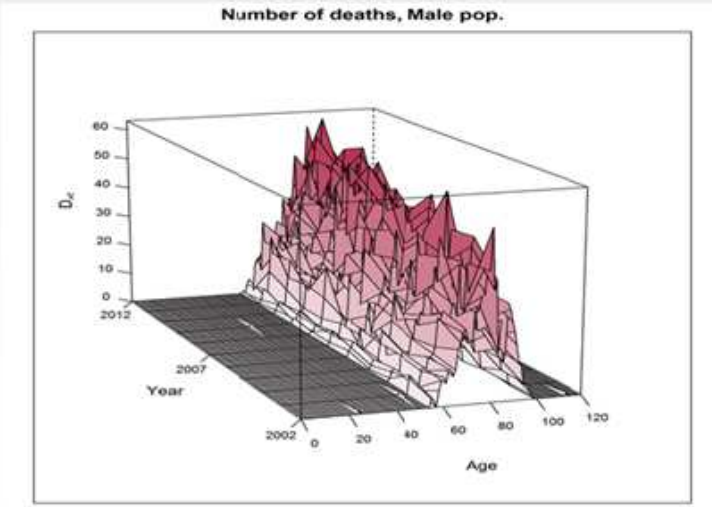
Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Illustration de l'évolution temporelle (2002-2012) et par âge du nombre de décès et d'exposés suivant le genre du portefeuille A





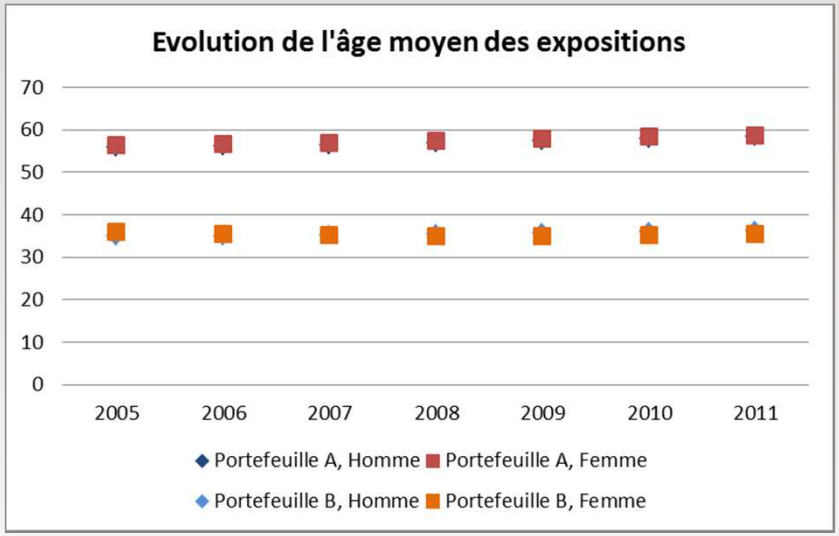


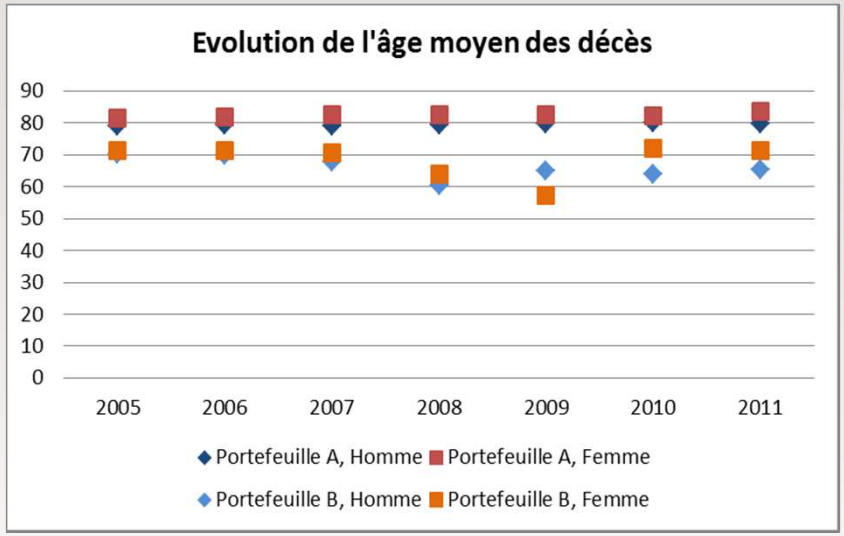


L'assureur de toute une vie

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Quelques statistiques descriptives :





- **Evolution de l'âge moyen des expositions et des décès :**

  ✓ Population assurée du portefeuille B plus jeune que celle du portefeuille A

  ➔ L'âge moyen des expositions est plus faible et pour un même portefeuille (A ou B) l'écart entre homme et femme est insignifiant

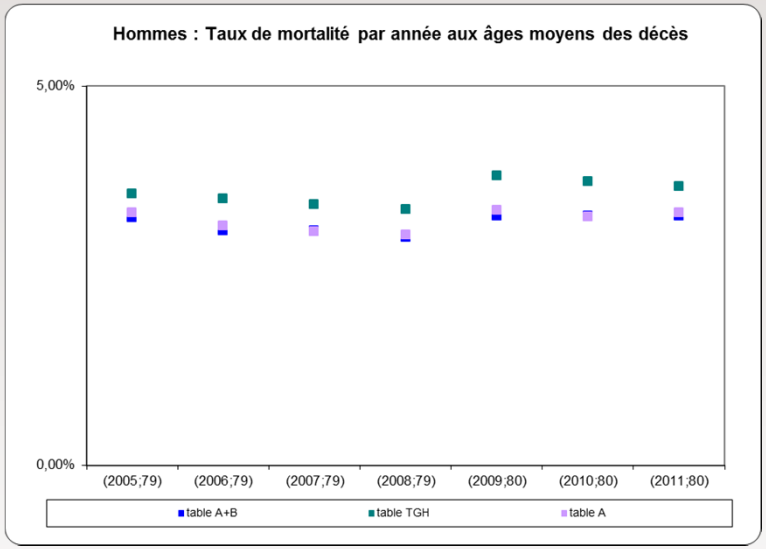
  ➔ L'âge moyen au décès est également plus faible mais moins important que l'âge moyen des expositions, avec une légère distinction suivant les années entre la population masculine et féminine pour un même portefeuille (A ou B). A noter que l'âge moyen au décès du portefeuille A est plutôt stable dans le temps, ce qui n'est pas le cas du portefeuille B (entre 2008 et 2009).

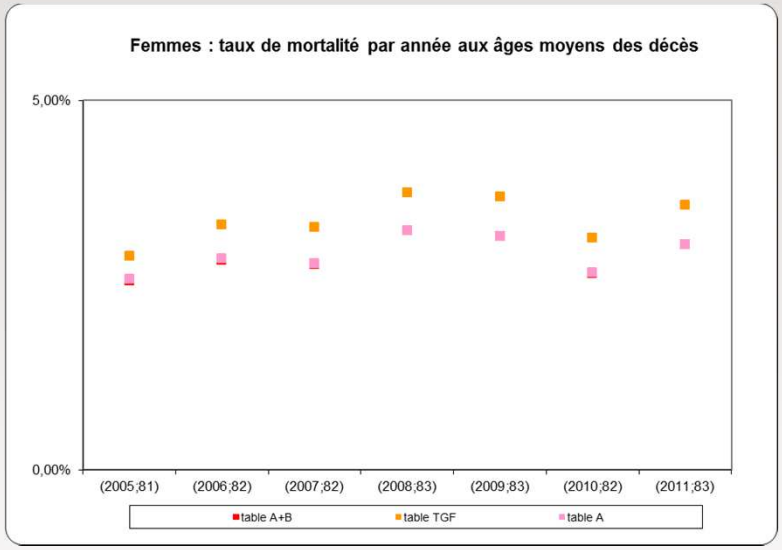
CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Principaux indicateurs de sinistralité :

Evolution temporelle des taux de mortalité :





Nota : âges moyens au décès sont calculés sur l'ensemble des portefeuilles (A + B)

✓ **Points d'attention :**

➔ Les taux de mortalité d'expérience **des populations A ou A+B** sont plus faibles que ceux des tables règlementaires de référence quelque soit le genre

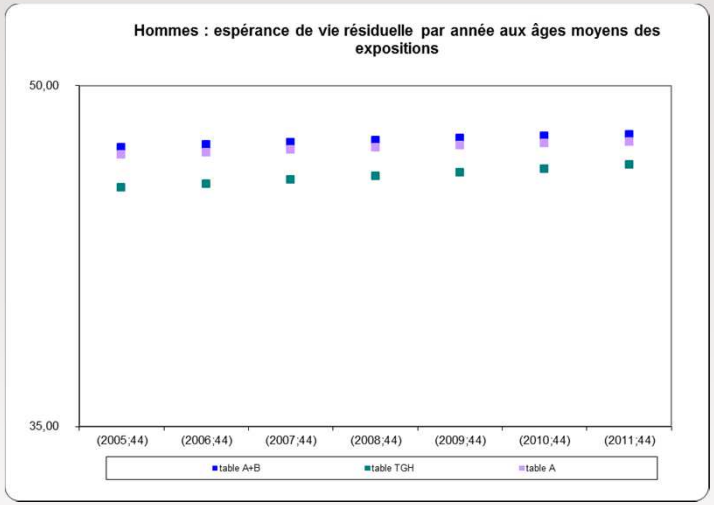
➔ Les taux de mortalité de la table d'expérience de la **population masculine du portefeuille A + B** sont plus faibles que ceux du portefeuille A seul (portés par une population B plus jeune avec un niveau de mortalité plus faible). Cette différence est moins marquée pour la population féminine

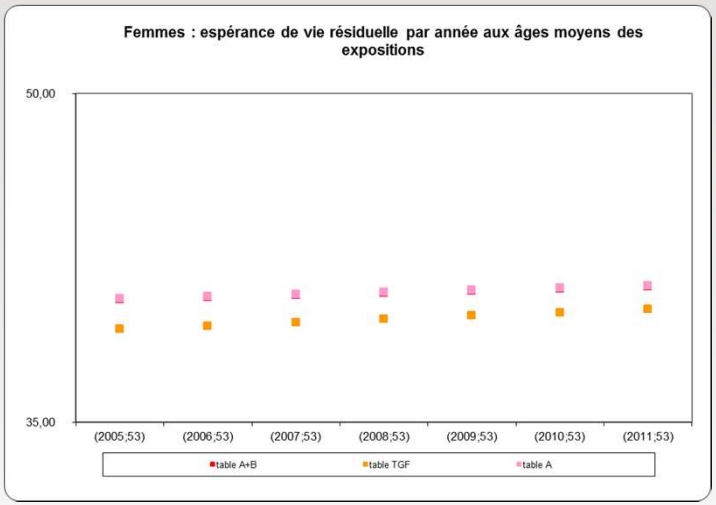
L'assureur de toute une vie

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

Principaux indicateurs de sinistralité :

Evolution temporelle de l'espérance de vie résiduelle par genre :





Nota : âges moyens à l'exposition sont calculés sur l'ensemble des portefeuilles (A et B)

Points d'attention :

➔ Les espérances de vie résiduelles d'expérience sont plus grandes que celles des tables règlementaires de référence quelque soit le genre

➔ Cet indicateur montre que la population d'expérience a une mortalité en moyenne plus faible que celle prédite par les tables règlementaires

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles

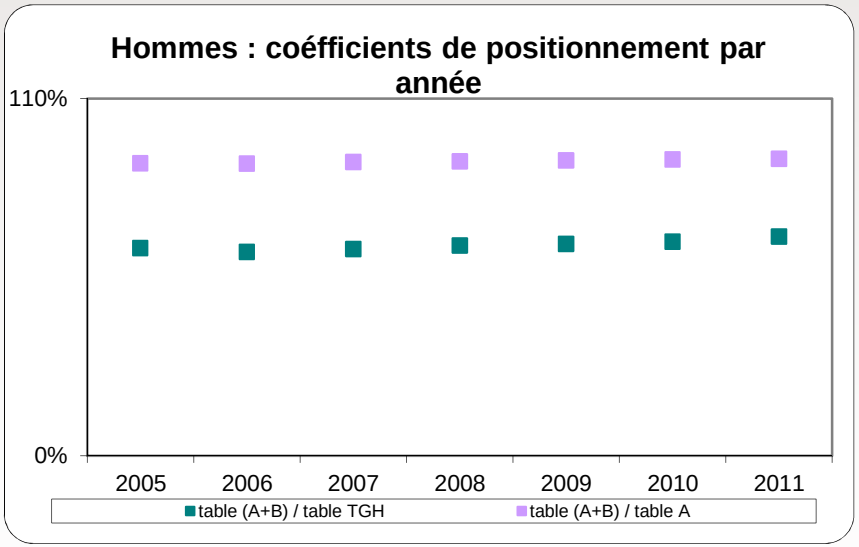
Principaux indicateurs de sinistralité :

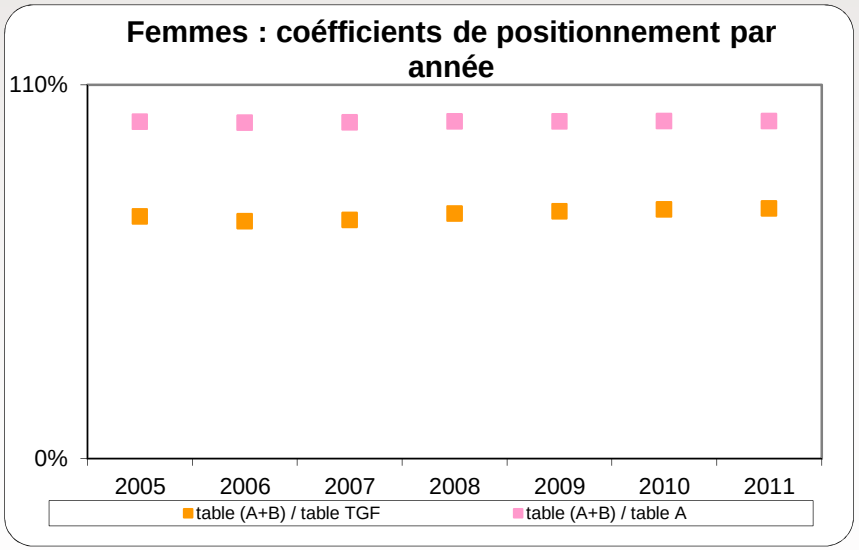
Evolution du coefficient de positionnement des tables par genre dans le temps :

✓ **Définition du coefficient de positionnement pour l'année t :**

$$\frac{\sum_x q^{\exp}_{x,t} \, Er^{\exp}_{x,t}}{\sum_x q^{ref}_{x,t} \, Er^{\exp}_{x,t}}$$

- t : année calendaire
- x : âges au décès
- $Er_{x,t}$ les expositions à l'âge x, l'année t
- $q_{x,t}$ les taux de mortalité à l'âge x l'année t





✓ **Point d'attention :**

➔ Quelque soit le genre, en moyenne, les taux de mortalité de la **population A+B** sont en largement inférieurs à ceux des tables de référence (tables nationales par genre) et légèrement plus faibles mais assez proche de ceux de la **population A** (effet de la **population B** plus jeune)

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

3 De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers

- Statistiques descriptives et principaux indicateurs de sinistralité des portefeuilles
- **Résultats des études d’impacts**

Résultats des études d'impacts :

❑ Illustration de l'impact sur le portefeuille A

- **Analyse détaillée de l'évolution des provisions par genre :**
  - **Comparaison des provisions des actifs et des retraités**
    - ✓ **Bases techniques du provisionnement :**

➔Provisions mathématiques (PM) calculées avec les tables règlementaires TGH05/TGF05 au taux techniques i = 2,05% (avant 8 ans) et i = 1,64% (après 8 ans).

portefeuile A - Arrêté du 31/12/2013, taux i%						
Genre	*Statut*	Age moyen actuariel	PM TGH05/TGF05	PM tables d'expériences	Ecart absolu	Ecart relatif
Homme	Actifs	55	2,8	2,8	0,0	*0%*
	Retraités	72	2,0	2,0	0,0	*0%*
	Total		***4,8***	***4,8***	***0,0***	***0%***
Femme	Actifs	54	3,2	3,3	0,1	*5%*
	Retraités	72	2,4	2,5	0,1	*6%*
	Total		***5,5***	***5,8***	***0,3***	***5%***

Nota : âge moyen actuariel correspond à l'âge moyen pondéré par le niveau de rente ou des points

- ✓ **Points d'attention :**

➔ Sur le portefeuille A et à l'âge moyen actuariel, les tables d'expérience conduisent à une augmentation totale des provisions de la population féminine de l'ordre de 5% (+5% pour les actifs et +6% pour les retraités)

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle ?
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	**Conclusions**
6	Annexe
7	Bibliographie

Conclusion

- **Points majeurs et faits marquants :**
  - **Importance des données et de la qualité des données**
  - **Importance des mailles de segmentation pour créer des groupes de risques homogènes sous contraintes de taille des échantillons :**
    - ✓ Différence entre portefeuille A et B (type de population assurée, répartition par genre, répartitions des âges exposés et au décès…)
    - ✓ Différence entre « Homme » et « Femme »
    - ✓ Constitution du portefeuille A+B (hypothèses d'homogénéité des risques)
    - ✓ Contrainte d'exposition minimale (Critère de Cochran, critère d'exposition minimale…) pour assurer la robustesse des estimations
  - **Les nouvelles tables d'expérience réalisées sur les portefeuilles tests (A et B) devraient conduire à une augmentation des provisions**
  - **Une certification des tables au sens du code des assurances pourrait conduire à l'ajout de marges de prudence complémentaires, puis que les tables réalisées sont « *best estimate* »**

CNP ASSURANCES
L'assureur de toute une vie

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle ?
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Rappels méthodologiques

- Les estimateurs de taux bruts de mortalité [étape 1]:

  ✓ **Estimateur de Kaplan Meier**

$$\widehat{q_x}(t) = 1 - \prod_{t<t_i} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right)^{\delta_i}$$

- d_i le nombre de décès qui ont eu lieu en t_i
- n_i le nombre de personnes vivantes juste avant t_i
- δ_i valant 1 si t_i correspond à au moins un décès
  0 si t_i correspond à une censure

Rappels méthodologiques

- Les estimateurs de taux bruts de mortalité [étape 1] :

  ✓ **Estimateur des moments de Hoem** :

  $$\widehat{\mu_x}(t) = \frac{dc(x,t)}{er(x,t)}$$

  - $er(x,t) = \sum_i er_i(x,t)$ avec $er_i(x,t)$ la réalisation de la variable aléatoire $ER_i(x,t)$ indiquant le temps durant lequel chaque individu i a été observé dans l'âge x au cours de l'année t.
  - $dc(x,t) = \sum_i dc_i(x,t)$ avec $dc_i(x,t)$ la réalisation de la variable aléatoire $DC_i(x,t)$ valant 1 si l'individu est décédé à l'âge x, 0 sinon.
  - Hypothèse : le taux de mortalité instantané est constant par morceaux, il est le même quel que soit l'âge x entier et quelle que soit l'année t entière

    $\mu_{x+u}(t+s) = \mu_x \mu(t), \quad 0 \leq s,u < 1$

    ➔ $\widehat{q_x}(t) = 1 - \exp(-\widehat{\mu_x}(t))$

Rappels méthodologiques

- Les estimateurs de taux bruts de mortalité [étape 1]:

  - ✓ **Estimateur actuariel** :

$$\widehat{q_x} = \frac{d_x}{n_x - \frac{c_x}{2} + \frac{t_x}{2}}$$

    - n_x le nombre d'individus vivants à l'âge x
    - d_x le nombre de décès observés entre x et x+1
    - c_x le nombre d'individus censurés entre x et x+1
    - t_x le nombre d'individus tronqués entre x et x+1
    - Hypothèse :
      - ✓ Les censures et troncatures sont indépendantes et uniformément réparties dans l'intervalle
      - ✓ Le nombre de décès à l'âge x suit une loi binomiale $B(n_x , q_x)$

Rappels méthodologiques

- Application d'une dérive de mortalité : Calcul des taux de mortalité bruts futurs :
  - Permet de passer de la table calibrée sur la période d'observation retenue à une table prospective.
  - Recours à la table de mortalité générationnelle de référence.
  - Dérive de mortalité de la table de référence :

$$\Delta_x = \frac{\mu_x(t_0+1)}{\mu_x(t_0)} \qquad \text{où } x \text{ est l'âge et } t_0 \text{ l'année calendaire}$$

  - Les taux de mortalité bruts futurs sont définis par la relation de récurrence :

$$\widehat{q_x}\,(t_0+1) = \widehat{q_x(t_0)} \times \Delta_x$$

  - Mise en place ensuite des méthodes d'ajustement et d'extrapolation aux grands âges.

Rappels méthodologiques

- Choix de la plage d'âges [étape 2]:

Sélection d'une plage d'âges pour laquelle nous disposons de données de qualité et suffisantes en termes de volumétrie des décès et des expositions

✓ Critère de Cochran :

$$\begin{cases} \widehat{q_x}(t) * er(x,t) \geq 5 \\ (1 - \widehat{q_x}(t)) * er(x,t) \geq 5 \end{cases}$$

- $\widehat{q_x}(t)$ est le taux de mortalité brut observé d'un assuré d'âge x, durant l'année t
- $er(x,t)$ est l'exposition au risque d'un assuré à l'âge x durant l'année calendaire t

✓ Critère d'exposition minimale normalisée :

$$er(x,t) \geq 1.96^2 * \frac{\hat{q}_x(t)(1 - \hat{q}_x(t))}{i^2}$$

✓ Critère d'exposition minimale :

$$\begin{cases} ER_{x,t} > seuil \\ \widehat{q_{x,t}} \neq 0 \end{cases}$$

✓ Cohérence des taux bruts de mortalité estimés :

Les taux bruts de mortalité sont croissants avec l'âge et tendent vers 1 aux âges maximaux

Rappels méthodologiques

- Méthodes paramétriques d'ajustement par positionnement [étape 2]:

✓ Modèle SMR (1 paramètre)

➔ application d'un coefficient de majoration/abattement aux taux de mortalité de référence

$$\widetilde{q_{x*,t*}} = \boldsymbol{SMR} \times q^{réf}_{x*,t*} \qquad \text{où } \boldsymbol{SMR} = \frac{\sum_{x*,t*} d_{x*,t*}}{\sum_{x*,t*} ER_{x*,t*} \times q^{réf}_{x*,t*}}$$

✓ Modèle Logit (2 paramètres)

➔ positionnement effectué par la fonction logistique suivante :

$$logit\left(\widetilde{q_{x*,t*}}\right) = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} logit\left(q^{réf}_{x*,t*}\right) + \varepsilon_{x*,t*} \qquad \text{où } \alpha \text{ et } \beta \text{ sont deux inconnus à déterminer}$$

➔ estimation des paramètres en minimisant

$$Min_{\alpha,\beta} \sum_{x,t} ER_{x,t} \times \left(\widehat{q_{x,t}} - \widetilde{q_{x,t}}\right)^2$$

➔ taux de mortalité ajustés obtenus par la relation:

$$\widetilde{q_{x,t}} = \frac{\exp(y)}{1+\exp(y)} \qquad \text{où } y = \boldsymbol{\alpha}* + \boldsymbol{\beta}^* logit\left(q^{réf}_{x*,t*}\right) + \varepsilon_{x*,t*}$$

Rappels méthodologiques

- Méthodes paramétriques d'ajustement par positionnement [étape 2]:

✓ Modèle Linéaire généralisé de Poisson (5 paramètres)

➔ cadre de travail des GLM avec la référence de mortalité comme variable explicative
➔ interactions avec l'âge et l'année calendaire
➔ On suppose que :

$$D_{x^*,t^*} \sim \wp\left(E_{x^*,t^*}\mu_{x^*,t^*}\right) \qquad Avec, \qquad \mu_{x^*,t^*} = \boldsymbol{\beta_0} + \boldsymbol{\beta_1} log q^{réf}_{x^*,t^*} + \boldsymbol{\beta_2} x^* + \boldsymbol{\beta_3} t^* + \boldsymbol{\beta_4} x^* t^*$$

➔ Taux de mortalité ajusté obtenus par la relation :

$$\widetilde{q_{x^*,t^*}} = 1 - \exp\left(1 - \exp\left(\boldsymbol{\beta_0} + \boldsymbol{\beta_1} log q^{réf}_{x^*,t^*} + \boldsymbol{\beta_2} x^* + \boldsymbol{\beta_3} t^* + \boldsymbol{\beta_4} x^* t^*\right)\right)$$

Rappels méthodologiques

- Le modèle de base retenu, Méthode 4 : Ajustement non paramétrique d'ajustement par positionnement [étape 2]:

Le modèle consiste à écrire :

Où ψ est une fonction lisse de régression inconnue

-> Estimation de ψ par maximum de vraisemblance locale.

Comme, la force de mortalité est modélisée par :

$$\mu_{xi} = \psi(xi) + \varepsilon_i \quad i=1,\ldots,n$$

$$w_j = \begin{cases} W\left(\frac{|x_j - x_i|}{h}\right) & si\ |x_j - x_i| / h \leq 1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\begin{cases} W(u) = \frac{3}{4}(1-u^2) I_{(|u|\leq 1)} \\ h = \frac{\lambda - 1}{2} \end{cases}$$

Rappels méthodologiques

- Extrapolation aux grands âges [étape 2]:
  - En pratique nous disposons d'un faible nombre d'assuré aux grands âges.
  - On ne les intègre pas dans le calibrage des tables de mortalité pour limiter les erreurs d'estimation.
  - Utilisation de méthode d'extrapolation pour obtenir ces taux de mortalité.

✓ **Denuit & Goderniaux**:

$$\ln(\widehat{q_x}(t)) = c\,(130^2 - 260\,x + x^2) + \varepsilon_{x,t}\ ,\ \varepsilon_{x,t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

- Allure concave aux très grands âges des $\widehat{q_x}(t)$ (100 ans et au-delà
- Tangente horizontale au point x=130

✓ **Coale & Kisker** :

$$\hat{\mu}_x(t) = \hat{\mu}_{x-1}(t) \times exp(k_{80} + s(x - 80)) \quad \forall\, x \geq 80$$

$$s = -\frac{\ln\left(\frac{\hat{\mu}_{79}(t)}{\hat{\mu}_{110}(t)}\right) + 31k_{80}}{465} \quad et\ k_{80} = \frac{\ln\left(\frac{\hat{\mu}_{80}(t)}{\hat{\mu}_{65}(t)}\right)}{15}$$

✓ **Kannistö** :

$$\hat{\mu}_x(t) = \frac{a \times exp(b \times x)}{1 + a(exp(b \times x) - 1)}$$

- Seulement 2 paramètres à estimer
- Mais ne permet pas des taux de mortalité supérieurs à 1

Rappels méthodologiques

- Modèles d'élaboration de tables de mortalité prospectives [étape 3]:

  - ✓ **Lee Carter** :

    $$\ln(\mu(x,t)) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}, \quad \varepsilon_{x,t} \; iid \; de \; loi \; N(0,\sigma^2)$$

    - a_x : allure générale de la mortalité suivant l'âge
    - b_x : décrit l'écart des $\mu(x,t)$ par rapport au comportement moyen a_x
    - k_t : traduit l'évolution de la mortalité dans le temps

  - ✓ **L'amélioration du modèle de Lee Carter par Brouhns** :

    - ajout de la modélisation du nombre de décès par une loi de Poisson :

    $$D_{x,t} \; suit \; P(L_{x,t}\mu_{x,t}) \; où \; L_{x,t} \; est \; le \; nombre \; de \; survivants \; à \; l'âge \; x, l'année \; t$$

    - Assure que les nombres de décès sont des entiers
    - S'affranchit de l'hypothèse d'homoscédasticité des erreurs ➔ reconnait la variabilité plus grande des taux de mortalité instantanés aux âges élevés

  - ✓ **Lee Carter contraint** :

    - Ajout d'une contrainte répliquant la volatilité des taux historiques

Rappels méthodologiques

Validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

La validation des tables générationnelles d'expérience consiste à :

- Mesurer l'écart entre la sinistralité réelle et celle attendue
- Contrôler si la sinistralité observée appartient, ou non, à l'intervalle de confiance de la sinistralité attendue
- Déterminer si les écarts entre la sinistralité théorique et celle réalisée sont statistiquement acceptables

✓ Intervalle de confiance

Sous les hypothèses et conditions de régularité requises : $IC_{\propto} = \left[\widetilde{q_{x,t}} - N_{\frac{\propto}{2}}(0,1) \times \sqrt{\frac{\widetilde{q_{x,t}}(1-\widetilde{q_{x,t}})}{e_{x,t}}} ; \widetilde{q_{x,t}} + N_{\frac{\propto}{2}}(0,1) \times \sqrt{\frac{\widetilde{q_{x,t}}(1-\widetilde{q_{x,t}})}{e_{x,t}}}\right]$	▪ $\widehat{q_{x,t}}$ doit appartenir à l'intervalle de confiance ▪ $N_p(0,1)$ quantile d'ordre p d'une loi normale centrée réduite ▪ Niveau de confiance 1-∝ , $\alpha \in]0,1[$

✓ Tests au niveau local

- Les résidus de réponse

$r^r_{x,t} = \widehat{q_{x,t}} - \widetilde{q_{x,t}}$ $\widehat{q_{x,t}}$: taux de mortalité réel $\widetilde{q_{x,t}}$: taux de mortalité théorique	▪ Doivent être proches de 0

- Les résidus de Pearson

$r^p_{x,t} = \frac{D_{x,t} - e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}}}{\sqrt{var(e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}})}}$	▪ Doivent être proches de 0 ▪ S'ils appartiennent à [-2,2], l'approche modélise correctement la variabilité des données

- Les résidus de Déviance

$r^d_{x,t} = \mathbf{signe}(d_{x,t} - e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}}) \times \sqrt{Deviance_{x,t}}$	▪ Doivent être proches de 0

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  ✓ Tests au niveau global : Les tests de quantité

  - La quantité Chi 2

$$X^2 = \sum_{x,t} \frac{\left(d_{x,t} - e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}}\right)^2}{e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}}\left(1 - \widetilde{q_{x,t}}\right)}$$	▪ Doit être le plus faible possible

  - La quantité MAPE

$$\mathbf{MAPE} = 100 \times \frac{\sum_{x,t} \left\lvert \frac{\frac{d_{x,t}}{e_{x,t}} - \widetilde{q_{x,t}}}{\frac{d_{x,t}}{e_{x,t}}} \right\rvert}{\sum_{x,t} d_{x,t}}$$	▪ Moyenne des écarts, en valeur absolue, par rapport aux valeurs observées ▪ C'est un pourcentage ▪ Doit être le plus faible possible ▪ Les observations nulles doivent être retirées

  - La quantité R^2

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{x,t} \left(\frac{d_{x,t}}{e_{x,t}} - \widetilde{q_{x,t}} \right)^2}{\sum_{x,t} \left(\frac{d_{x,t}}{e_{x,t}} - \frac{1}{n} \sum_{x,t} \frac{d_{x,t}}{e_{x,t}} \right)^2} \right)$$	▪ Doit être proche de 1 ▪ n est le nombre d'observations

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  - ✓ Tests au niveau global : Les tests de quantité

    - La quantité Déviance

Sous l'hypothèse : $D_{x,t} \sim \mathcal{P}(e_{x,t} q_{x,t})$ ▪ Si $D_{x,t} > 0$: $Deviance_{x,t} = 2 \times \left(D_{x,t} \, ln\left(\frac{d_{x,t}}{e_{x,t} \widetilde{q_{x,t}}} \right) - (d_{x,t} - e_{x,t} \widetilde{q_{x,t}}) \right)$ ▪ Si $D_{x,t} = 0$: $Deviance_{x,t} = 2 \times e_{x,t} \widetilde{q_{x,t}}$ ▪ $\text{Deviance totale}_{x,t} = \sum_{x,t} \text{Deviance}_{x,t}$	▪ Doit être la plus faible possible

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  ✓ Tests au niveau global : Les tests statistiques

  - Test des signes

Ce test examine la fréquence des changements de signe de la différence entre la probabilité de décès observées et ajustées.

Hypothèse nulle : H_0 : L'ajustement correspond à la loi de mortalité sous-jacente

- n^+ : nombre de signes + des différences de paires
- n- : nombre de signe + des différences de paires
- $n = n^+ + n^-$

Sous H_0 la médiane entre les signes + et les signes – de cette différence est nulle

$$\zeta^{SIG} = \frac{|n^+ - n^-| - 1}{\sqrt{n}}$$

Sous H_0, $\zeta^{SIG} \sim \mathbf{N}(0,1)$

$$\mathbf{p.val} = \mathbf{P}\left[\mathbf{N}_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1) > |\zeta^{SIG}|\right] = 2 \times \left(1 - \mathbf{F}_{\mathbf{N}(0,1)}(|\zeta^{SIG}|)\right)$$

- une paire correspond à probabilité ajustée – probabilité observée
- On rejette H_0 si $|\zeta^{SIG}| > \mathbf{N}_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1)$ (quantile 1-α/2 d'une loi normale centrée réduite)
- La p-value doit être la plus proche de 1

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

✓ Tests au niveau global : Les tests statistiques

- Test des runs

Ce test détermine si les éléments d'une séquence sont mutuellement indépendants.

Vocabulaire : { + + - - - - + + + + - - + + + + - - - + + } = 1 séquence

1 élément 1 run

Cette séquence est composée de 21 éléments et de 7 runs.

Hypothèse nulle : H_0 : L'ajustement correspond à la loi de mortalité sous-jacente

- n^+ : nombre de signes + des différences de paires
- n- : nombre de signe + des différences de paires
- $n = n^+ + n^-$

Sous H_0 le nombre de runs d'une séquence de n éléments est une variable aléatoire dont la distribution conditionnelle sachant n^+ et n^- est approximativement normale avec :

$$\mu = \frac{2n^+n^-}{n^+ + n^-}$$

$$\sigma^2 = \frac{2n^+n^-(2n^+n^- - (n^+ + n^-))}{(n^+ + n^-)^2(n^+ + n^- - 1)}$$

$$\zeta^{RUN} = \frac{nombre\ de\ runs - \mu}{\sigma}$$

Sous H_0, $\zeta^{RUN} \sim N(0,1)$

$$p.val = P\left[N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1) > |\zeta^{RUN}|\right] = 2 \times \left(1 - F_{N(0,1)}(|\zeta^{RUN}|)\right)$$

- On rejette H_0 si $|\zeta^{RUN}| > N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1)$
  (quantile 1-α/2 d'une loi normale centrée réduite)
- La p-value doit être la plus proche de 1

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  - ✓ Tests au niveau global : Les tests statistiques

    - Test de Wilcoxon

Ce test utilise la grandeur des différences.
Il diffère du test des signes qui lui utilise le nombre de signe + et – de la différence.

Hypothèse nulle : H_0 : La médiane entre la différence de chaque paire est nulle (paire = ajusté – observé)

- Calcul des différences entre les probabilités de décès observées et ajustées
- Classement par ordre croissant des valeurs absolues (en omettant les différences nulles)
- Affectation, à chaque différence non nulle, de son rang dans le classement
- w^+ : somme des rangs des différences strictement positives
- w- : somme des rangs des différences strictement négatives
- $w = \max(w^+, w^-)$

Si n > 15,

$$\zeta^{WIL} = \frac{\left(w - \frac{1}{2} - n(n+1)\right)/4}{\sqrt{(n(n+1)(2n+1))/24}}$$

Sous H_0, $\zeta^{WIL} \sim N(0,1)$

$$p.val = P\left[N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1) > \left|\zeta^{WIL}\right|\right] = 2 \times \left(1 - F_{N(0,1)}\left(\left|\zeta^{WIL}\right|\right)\right)$$

- n est le nombre d'observations
- Sous H_0 la somme des rangs de signe + et la somme des rangs de signe – doivent être à peu près égale
- On rejette H_0 si $\left|\zeta^{WIL}\right| > N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0,1)$

  (quantile 1-α/2 d'une loi normale centrée réduite)
- La p-value doit être la plus proche de 1

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  - ✓ Tests au niveau global : Les tests statistiques

    - Test du SMR

Hypothèse nulle : H_0 : L'ajustement correspond à la loi de mortalité sous-jacente

Sous l'hypothèse :

$$D_{x,t} \sim \mathcal{P}(e_{x,t}\widetilde{q_{x,t}})$$

$$SMR = \frac{\sum_{x,t} d_{x,t}}{\sum_{x,t} e_{x,t}\widetilde{q_{x,t}}}$$

Tester si le SMR est significativement différent de 1, auquel cas H_0 sera rejetée

- Si SMR > 1 :

$$\zeta^{SMR} = 3D^{1/2}\left(1 - (9D)^{-1} - \left(\frac{D}{E}\right)^{1/2}\right)$$

- Si SMR < 1 :

$$\zeta^{SMR} = 3D^{*1/2}\left((9D^*)^{-1} + \left(\frac{D^*}{E}\right)^{1/2} - 1\right)$$

Où $D=\sum_{x,t} d_{x,t}$, $D^*=\sum_{x,t} d_{x,t}+1$ et $E=\sum_{x,t} -e_{x,t}\widetilde{q_{x,t}}$

Sous H_0, $\zeta^{SMR} \sim \mathbf{N}(0,1)$

$$\mathbf{p.val} = 1 - \mathbf{F}_{\mathbf{N}(0,1)}(\zeta^{SMR})$$

- SMR > 1 : les décès ajustés sont sous-estimés
- SMR < 1 : les décès ajustés sont sur-estimés
- On rejette H_0 si $\zeta^{SMR} > \mathbf{N}_{1-\alpha}(0,1)$ (quantile 1-α d'une loi normale centrée réduite)
- La p-value doit être la plus proche de 1

Rappels méthodologiques

- Focus sur la validation des tables générationnelles d'expérience [étape 4] :

  - ✓ Tests au niveau global : Les tests statistiques

    - Test du rapport de vraisemblance

Hypothèse nulle : H_0 : L'ajustement correspond à la loi de mortalité sous-jacente

$$\zeta^{LR} = \sum_{x,t} \left(d_{x,t} \ln\left(\frac{d_{x,t}}{e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}}} \right) - \left(d_{x,t} - e_{x,t}\,\widetilde{q_{x,t}} \right) \right)$$

Sous H_0, $\zeta^{LR} \sim \chi^2(n)$

$$p.val = P\left[\chi^2_{1-\alpha}(n) > \zeta^{LR} \right] = 1 - F_{\chi^2(n)}(\zeta^{LR})$$

- n est le nombre d'observations
- On rejette H_0 si $\zeta^{LR} > \chi^2_{1-\alpha}(n)$ (quantile 1-α d'une Chi 2 à n degrés de liberté)
- La p-value doit être la plus proche de 1

Ordre du jour

1	Recherche & Développement actuarielle
2	Données, contexte et situation
3	Comment construire une table générationnelle ?
4	De la théorie à la pratique : application sur un portefeuille de rentiers
5	Conclusions
6	Annexe
7	Bibliographie

Bibliographie

- Tables d'expérience : les outils de suivi du risque, Sépia « Construction de tables d'expérience en assurance : quels outils », 2002. Pierre Thérond
- Eléments techniques pour la construction d'une table de mortalité d'expérience, Note technique, 2011. Frédéric Planchet
- Construction de tables de mortalité périodiques et prospectives, Economica, 2006. Antoine Delwarde et Michel Denuit
- Modèle de durée, Economica, 2010. Frédéric Planchet et Pierre Thérond
- Gestion des risques d'entreprise –qualité des données, levier de pilotage stratégique-, Colloque AFIR ERM, 2013. Anani Olympio et Voahirana RANAIVOZANANY
- Construction d'une table de mortalité par positionnement : mode d'emploi, Institut des actuaires, Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF
- Critères de validation : aspects méthodologiques, Institut des actuaires, Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF
- Construction des tables d'expérience : aspects méthodologiques, Institut des actuaires
- Construction et validation des références de mortalité de place, Institut des actuaires, Note de travail. Julien Thomas, frédéric Planchet, ISFA Laboratoire SAF

CNP Assurances
L'assureur de toute une vie